

**Exercice 1: (8points)**

On donne dans un plan rapportée à un repère orthonormé  $(O, i, j)$  les points  $A(1; -2)$  et  $B(2; -4)$

- 1)
  - a) Calculer la distance  $AB$ .
  - b) Ecrire une équation du cercle  $\mathcal{C}$  de centre  $A$  et de rayon  $AB$ .
  - c) Montrer que cette équation est de la forme:  $x^2 + y^2 - 2x + 4y = 0$
  - d) Vérifier que  $\mathcal{C}$  passe par  $O$ .
- 2)  $\mathcal{C}$  recoupe l'axe des abscisses en  $E$  et l'axe des ordonnées en  $F$ .
  - a) Déterminer les coordonnées de  $E$  et  $F$ .
  - b) Montrer que  $[EF]$  est un diamètre de  $\mathcal{C}$ .
- 3) Soit  $(D)$  la droite d'équation:  $x - 2y - 10 = 0$ .  
Montrer que:  $(D)$  est tangente au cercle  $\mathcal{C}$  en  $B$ .
- 4) soit  $\mathcal{C}'$  l'ensemble des points  $M(x, y)$  tels que:  $x^2 + y^2 - 6x + 2y + 5 = 0$ .
  - a) Montrer que  $\mathcal{C}'$  est un cercle dont on précisera le centre et le rayon  $R$
  - b) Déterminer le vecteur  $u$  de la translation qui transforme  $\mathcal{C}$  en  $\mathcal{C}'$

**Exercice 2: (7points)**

Soit  $f$  la fonction définie par  $f(x) = \frac{-3}{x+1}$

- 1) Déterminer l'ensemble de définition de la fonction  $f$ .
- 2) Etudier les variations de  $f$  sur chacun des intervalles  $] -1; -1[$  et  $] -1; +\infty [$  et tracer sa courbe représentative  $\mathcal{C}_f$  dans un repère orthonormé  $(O, i, j)$ .

3)

- a) Tracer dans le même repère la droite  $(D)$  d'équation:  $y = -3x - 3$ .
  - b) Déterminer les coordonnées des points d'intersection de  $\mathcal{C}_f$  et  $(D)$
  - c) Résoudre graphiquement  $\frac{-3}{x+1} = -3x - 3$
- 4) Soit  $g$  la fonction définie par  $g(x) = \frac{-3}{|x|+1}$
- a) Déterminer l'ensemble de définition de la fonction  $g$ .
  - b) Montrer que:  $g$  est paire.
  - c) Vérifier que pour tout  $x \in [0; +\infty [$ , on a  $g(x) = f(x)$ .
  - d) Tracer alors la courbe de  $g$  dans le même repère.

**Exercice 3: (5points)**

Soit l'expression suivante:

$$A = \cos(p - a) - 2 \sin \frac{p}{2} - a \frac{\ddot{}}{i} + \tan(p - a)$$

- 1) Montrer que  $A = -3 \cos a - \tan a$ .
- 2) On pose  $a \in ] \frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2} [$  et  $\sin a = \frac{2}{3}$ 
  - a) Calculer  $\cos a$  puis  $\tan a$
  - b) En déduire la valeur de l'expression de  $A$
- 3) Résoudre dans  $\mathbb{R}$  :  
 $(\cos^2 a)x^2 - x - \cos^2 a + 1 = 0$
- 4) Calculer sans utiliser la calculatrice:  
 $\cos \frac{p}{16} + \sin \frac{p}{16} + \cos \frac{15p}{16} - \sin \frac{15p}{16}$